

4. En el transcurso de dos horas, el número de llamadas por minuto solicitadas a una centralita telefónica fue:

Número de llamadas/minuto	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	6	18	32	35	17	10	2

¿Se puede aceptar que el número de llamadas por minuto sigue una distribución de Poisson?

4. Disponemos de una muestra aleatoria de $n = 120$ minutos, en los cuales registramos el número de llamadas que se han producido. El número de llamadas por minuto lo clasificamos en las siguientes clases:

{0} {1} {2} {3} {4} $\{\geq 5\}$

Las dos últimas clases las hemos agrupado para evitar frecuencias demasiado bajas.

Para decidir si el número de llamadas por minuto sigue una distribución de Poisson, llevamos a cabo un contraste de bondad de ajuste, al nivel de significación $\alpha = 0,05$ (por ejemplo):

H_0 : $X = \text{«Número de llamadas por minuto»} \sim \text{Poisson}$

H_1 : $X = \text{«Número de llamadas por minuto» no sigue una Poisson}$

La tabla de frecuencias observadas y esperadas es:

A_i	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	$\{\geq 5\}$
O_i	6	18	32	35	17	12
$P(A_i)$	0,0743	0,1931	0,2510	0,2176	0,1414	0,1226
e_i	8,92	23,17	30,12	26,11	16,97	14,71

donde las frecuencias esperadas, bajo H_0 , han sido calculadas de la siguiente forma:

$$e_i = nP(A_i) = 120P(A_i),$$

y los valores de $P(A_i)$ se han calculado a partir de la tabla de la distribución de Poisson, estimando λ mediante $\hat{\lambda} = \bar{x} = 2,6$.

Rechazaremos H_0 si se verifica la región de rechazo:

$$R = \left\{ \sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} > \chi_{k-1-r; \alpha}^2 \right\}$$

En nuestro caso:

$$\sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = \sum \frac{O_i^2}{e_i} - n = 5,75$$

$$\chi_{k-1-r; \alpha}^2 = \chi_{4; 0,05}^2 = 9,488$$

Por lo tanto, no se verifica la condición de la región de rechazo, y nuestra conclusión es:

Aceptamos $H_0 \Rightarrow$ Podemos aceptar que el número de llamadas por minuto sigue una distribución de Poisson (al nivel de significación 0,05).

En la fórmula $\chi_{k-1-r; \alpha}^2$, como hallo el valor de r para determinar $k-1-r$.